دانشگاه اصفهان
دانشکده ریاضی و آمار
گروه .....

پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته .....گرایش .....

.....عنوان پایان نامه خود را بنویسید .....

استاد راهنما:

دکتر .....

استاد مشاور:

دکتر .....

دانشجو:

نام دانشجو ....

شهریور ۱۴۰۴

سپاس‌گزاری

بنده‌ی پیر خراباتم که لطفش دائم است
ورنه لطف شیخ و زاهد، گاه هست و گاه نیست

اکنون که در پایان این مسیر قرار دارم، به پاس الطاف بی‌کران الهی، نخست به درگاه خداوند دانا و قادر که هر چه هست از اوست، سر تعظیم فرود می‌آورم. سپس از استاد گرانقدرم، جناب آقای دکتر....، نهایت سپاس و قدردانی را دارم که همواره با سعه صدر و اخلاق نیکو و با نظرات راهگشا و دلسوزانه‌ی خود، زمینه‌ی غنای علمی و ارتقای کیفیت این رساله را فراهم آوردند.

در پایان، از عزیزانی که بدون حمایت و محبت‌شان مسیر زندگی برایم دشوار می‌شد، قدردانی می‌کنم. از همراه همیشگی زندگی‌ام، همسر عزیزم، که در تمامی مراحل زندگی، مایه‌ی دلگرمی و قوت قلب من بوده است، با نهایت محبت و احترام تشکر و قدردانی می‌کنم. همچنین از پدر و مادر عزیزتر از جانم، بابت تمامی زحمات و حمایت‌هایی که در تربیت، رشد و پیشرفت من داشته‌اند، صمیمانه سپاسگزاری می‌نمایم.

با احترام
نام دانشجو.....
شهریور ۱۴۰۴

تقدیم به

پدر و مادر مهربانم

به پاس تمام محبت هایشان
همسر عزیزم

به پاس تمام پشتیبانی اش

تعهد نامه اصالت اثر

”فرم تعهد نامه اصالت اثر” از دانشکده گرفته شود و پس از تکمیل ضمیمه گردد

چکیده

چکیده پایان‌نامه ارشد یا رساله دکتری را در اینجا بنویسید.

واژه‌ها بر حسب حروف الفبا مرتب شود.

واژه‌های کلیدی : واژه اول، واژه دوم، واژه سوم، واژه چهارم، واژه پنجم.

فهرست مطالب

فهرست تصویرها ح

فهرست جدول‌ها ط

فهرست کوتاه نوشته‌ها ط

پیش‌گفتار ک

۱ مفاهیم مقدماتی ۱

۱-۱ مفاهیم پایه‌ای در رگرسیون خطی ۱

۱-۲ مفاهیم پایه‌ای در رگرسیون خطی ۲

۱-۲-۱ میانگین شرطی و معادله پیش‌بین ۲

۱-۲-۲ روش حداقل مربعات خطا ۴

۱-۲-۳ جدول تحلیل واریانس ۴

۱-۳ انتخاب مدل ۴

۱-۳-۱ روش پیشرو ۴

۱-۳-۲ روش پسرو ۴

۱-۳-۳ معیارهای انتخاب مدل ۴

۲ توسعه مدل‌های رگرسیون ۵

۲-۱ مقدمه ۵

۲-۲ رگرسیون لاسو ۶

۲-۳ رگرسیون ریج ۶

۲-۴ رگرسیون شبکه الاستیک ۶

۲-۵ رگرسیون مؤلفه‌های اصلی ۶

۲-۶ رگرسیون جنگل تصادفی ۶

۲-۷ رگرسیون بردار پشتیبان ۶

۳ راهبرد نوین انتخاب متغیر در مدل‌های رگرسیون بیزی ۷

۳-۱ مقدمه ۷

۳-۲ مدل‌های رگرسیون بیزی ۷

۳-۳ توزیع پسین پیش‌بین ۷

۳-۴ الگوریتم گیبز ۷

۳-۵ روش مونت کارلوی همیلتونی ۷

۳-۶ انتخاب مدل بیزی ۷

۴ تحلیل رگرسیون خطی ۸

۴-۱ نتایج تحلیل رگرسیون ۸

۵ نتیجه‌گیری و پژوهش آینده ۱۰

پیوست‌ها ۱۱

مراجع ۱۳

مراجع ۱۳

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی ۱۴

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی ۱۵

فهرست تصویرها

۱-۱ نمودار خط رگرسیون ۳

فهرست جدول‌ها

۴-۱ خروجی تحلیل رگرسیون خطی ساده ۸

فهرست کوتاه نوشته‌ها

توزیع چوله‌ـ نرمال ..... SND: Skew-Normal Distribution

شاخص توده بدنی ..... BMI: Boddy Mass Index

معیار اطلاع انحراف ..... DIC: Deviance Information Criterion

مونت کارلو ..... MC: Monte Carlo

مونت کارلوی زنجیر مارکوفی ..... MCMC: Markov Chain Monte Carlo

پیشگفتار

تعریف موضوع

رگرسیون خطی یکی از تکنیک‌های آماری پرکاربرد است که به‌عنوان ابزاری پایه‌ای برای تحلیل روابط میان متغیرها مورد استفاده قرار می‌گیرد. ویژگی‌های بارز آن، از جمله سادگی در کاربرد و قابلیت تفسیر آسان، این روش را به گزینه‌ای محبوب در تحقیقات مرتبط با علوم مختلف تبدیل کرده است. این تکنیک محققان و متخصصان را یاری می‌دهد تا بتوانند نتایج پژوهش‌ها را به‌صورت مؤثری مدل‌سازی کرده و پیش‌بینی کنند. در این پژوهش، اصول مرتبط با مدل‌سازی رگرسیون خطی معرفی شده و کاربردها و نحوه تفسیر تحلیل‌های کلیدی این روش مورد بررسی قرار گرفته است. در مدل‌سازی آماری، مطالعه‌ی ارتباط بین انواع عواملی است که بر معادله پیشگو مؤثر هستند. بررسی این ارتباط از طریق پیشگویی تابع میانگین شرطی صورت می‌گیرد، که به آن رگرسیون میانگین گویند. علاوه بر این، از انواع دیگر مدل‌های رگرسیون می‌توان به کاکس [۱] برای تحلیل داده‌های بقا، لجستیک [۲] برای داده‌های دودوئی و پواسون [۳] برای داده‌های شمارشی اشاره کرد. در مواردی پژوهشگر بررسی ارتباط بین متغیرهای پاسخ و توضیحی را از طریق مدل رگرسیون چندکی[۴] در نظر می‌گیرد. این مدل در تحلیل داده‌های مقطعی و سری‌های زمانی کاربرد زیادی دارد اما با مشکلاتی نیز روبرو است. در این پایان‌نامه راه حل‌های جدیدی برای رفع برخی از این مشکل‌ها ارائه می‌شود. با بررسی جامع پژوهش‌های مرتبط با انواع مختلف مدل‌های رگرسیون، تلاش می‌شود تا ضمن تحلیل تحقیقات انجام‌شده در این حوزه، نقاط قوت برجسته این مدل‌ها شناسایی و برجسته شوند. همچنین محدودیت‌ها و چالش‌های موجود در کاربرد آن‌ها مورد توجه قرار گرفته و با نگاهی موشکافانه، فرضیات بنیادی و مشکلات رایجی که ممکن است پژوهشگران در استفاده از این مدل‌ها با آن‌ها مواجه شوند، تشریح خواهد شد. هدف اصلی از این بخش، فراهم آوردن دیدگاهی عمیق و وسیع برای درک بهتر وضعیت فعلی تحقیقات مرتبط و ارائه دورنمایی روشن از فرصت‌ها و تهدیدات پیش رو در استفاده از مدل‌های رگرسیون است.

[1] Cox regression
[2] Logistic regression
[3] Poisson regression
[4] Quantile regression

پیشینه‌ی تحقیق

در این بخش، به بررسی و مرور ادبیات مرتبط با انواع مختلف مدل‌های رگرسیون پرداخته خواهد شد. اهداف بنیادی تحلیل رگرسیونی، همانطور که در آثار مونت‌گومری و همکاران (۲۰۲۱) مورد بحث قرار گرفته است، شامل چهار حوزه اصلی می‌شود: توصیف داده‌ها، تخمین پارامترها، پیش‌بینی رفتار متغیرها و کنترل فرایندها. این تکنیک آماری قدرتمند در طول زمان توسط پژوهشگران بسیاری توسعه داده شده و کاربردهای متنوعی پیدا کرده است. به عنوان نمونه، هستی و همکاران (۲۰۰۹) و هندرسون (۲۰۲۴) تلاش‌های چشمگیری در طراحی و معرفی مدل‌هایی همچون رگرسیون چندجمله‌ای، ریج و لاسو برای محموعه داده‌های اندازه کوچک و حجیم انجام داده‌اند. هر یک از این مدل‌ها به‌طور خاص برای بررسی ویژگی‌های مختلف داده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ به‌طوری که رگرسیون چندجمله‌ای روابط غیرخطی را تحلیل می‌کند (اوبراین و سیلکاکس، ۲۰۲۴)، در حالی‌که رگرسیون ریج و لاسو برای مدیریت مسائل مرتبط با همخطی چندگانه و تنظیم مدل‌ها به کار می‌روند (جیمز و همکاران، ۲۰۲۱). علاوه بر این، توسعه‌های برجسته‌ای در حوزه تحلیل رگرسیون توسط (آتکینسون و همکاران، ۲۰۲۵) صورت گرفته است که قدرت و انعطاف این روش‌ها را در کاربردهای متنوع آماری بازتاب می‌دهند.

الگوریتم محاسبات بیزی

یک روش رایج در زمینه محاسبات آماری، الگوریتم‌های مونت‌کارلوی زنجیر مارکوفی[1] (MCMC) است. از جمله پرکاربردترین الگوریتم‌ها می‌توان به متروپولیس—هستینگز[2] اشاره کرد. در این الگوریتم، نمونه‌برداری از یک توزیع پیشنهادی[3] صورت می‌گیرد. یکی از حالت‌های خاص این الگوریتم، روش نمونه‌بردار گیبز[4] است که در آن از توزیع‌های شرطی کامل[5] استفاده می‌شود. این ویژگی به ساده‌تر شدن فرآیند اجرای الگوریتم منجر می‌شود. این روش در نرم‌افزارهای آماری متعددی از جمله R پیاده‌سازی شده است. در این پایان‌نامه از بسته‌ی آماری RunJAGS بهره می‌گیریم. نمونه‌ای از اجرای برنامه‌ی آن در پیوست ۵ ارائه شده است.

ساختار پایان‌نامه

رساله‌ی حاضر در پنج فصل تنظیم شده است. فصل ۱ برخی مفاهیم پایه مدل‌های رگرسیون را معرفی می‌کند و چالش‌های استفاده از آن را ارائه می‌دهد. فصل ۲ تعمیم مدل‌های رگرسیون لجستیک و پواسون را به تفصیل مورد بحث قرار خواهد داد. فصل ۴ روش‌های محاسباتی موجود برای برازش مدل‌ها را با استفاده از نرم افزارهای پیشرفته در نظر می‌گیرد. فصل ۵ به مطالعه شبیه‌سازی می‌پردازد و تحلیل چند مجموعه داده از مطالعات پزشکی و اقتصادی را با تفسیر نتایج در نظر می‌گیرد.

این پایان‌نامه بر اساس مقالات (اوبراین و سیلکاکس، ۲۰۲۴) و (آتکینسون و همکاران، ۲۰۲۵) تدوین شده است.

[1] Markov Chain Monte Carlo
[2] Metropolis-Hastings
[3] Proposal distribution
[4] Gibbs sampling
[5] Full conditional distributions

فصل ۱

مفاهیم مقدماتی

مقدمه

تحلیل رگرسیون یکی از روش‌های آماری بسیار قدرتمند و کاربردی در حوزه‌های مختلف تحقیقاتی محسوب می‌شود که نقش مهمی در توسعه دانش و پیشبرد مطالعات ایفا می‌کند. این روش نه تنها ابزاری کارآمد برای توصیف، پیش‌بینی و تخمین روابط میان متغیرها است، بلکه به پژوهشگران امکان می‌دهد تا با دقت بیشتری به بررسی ساختارهای پیچیده داده‌ها بپردازند و ارتباطات نهفته میان متغیرهای مورد مطالعه را آشکار سازند. در این فصل، اصول و مفاهیم کلیدی مرتبط با تحلیل رگرسیون مورد بررسی قرار می‌گیرند. علاوه بر آن، چالش‌های مرتبط با برازش مدل‌های تحلیلی برای انواع داده‌ها تحلیل می‌شوند. توسعه مدل‌های رگرسیون در زمینه سری‌های زمانی نیز ارائه می‌گردد.

۱-۱ مفاهیم پایه‌ای در رگرسیون خطی

کاربردهای گسترده تحلیل رگرسیون به ویژه در علوم اقتصادی، پزشکی و روان‌شناسی چشمگیر بوده و توانسته است به محققان در تصمیم‌گیری‌ها و تحلیل‌های مبتنی بر واقعیت کمک کند. این شیوه آماری به محققان این امکان را می‌دهد که نه تنها ارتباط میان متغیرها را بررسی کنند، بلکه با کنترل تأثیرات سایر متغیرهای ممکن، دیدگاه دقیق‌تری نسبت به روابط خاص مورد نظر خود بدست آورند. از همین رو، تحلیل رگرسیون به عنوان ابزاری برای افزایش دقت و صحت

نتایج علمی شناخته می‌شود. در فرایند برنامه‌ریزی و اجرای این تحلیل، عوامل مهمی مانند ماهیت متغیرهای مستقل و وابسته، تعداد آن‌ها، ویژگی‌های نمونه انتخابی، و حتی نوع داده‌های مورد استفاده اهمیت فراوانی دارند. از سوی دیگر، استفاده نادرست یا انتخاب نامناسب نوع تحلیل رگرسیون برای داده‌های خاص می‌تواند پیامدهای قابل توجهی داشته باشد، از جمله ارائه نتایج گمراه‌کننده یا برداشت‌های اشتباه از پدیده مورد مطالعه. بنابراین، دقت در انتخاب مدل مناسب و ارزیابی دقیق شرایط پیش‌زمینه تحلیل ضروری است تا بتوان اطمینان حاصل کرد که یافته‌ها بازتاب واقعی‌تری از واقعیت‌ها هستند و امکان تصمیم‌گیری معتبر بر اساس آن‌ها فراهم شود.

۱-۲ مفاهیم پایه‌ای در رگرسیون خطی

تعریف ۱. *نمونه تعریف ۱ را اینجا بنویسید.*

قضیه ۱. *نمونه قضیه ۱ را اینجا بنویسید.*

گزاره ۱. *نمونه گزاره ۱ را اینجا بنویسید.*

لم ۱. *نمونه لم ۱ را اینجا بنویسید.*

مثال ۱. *نمونه مثال ۱ را اینجا بنویسید.*

۱-۲-۱ میانگین شرطی و معادله پیش‌بین

تعریف ۲. *فرض کنید متغیر پاسخ Y به شرط متغیرهای توضیحی $x_1, \ldots, x_k$ دارای میانگین شرطی $E(Y|x_1, \ldots, x_k)$ باشد. معادله پیش‌بین خطی به صورت زیر تعریف می‌شود:*

$$E(Y|x_1, \ldots, x_k) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_k x_k$$

همچنین فرض می شود واریانس شرطی تابعی ثابت از متغیرهای توضیحی است. به عبارت دیگر، $var(Y|x_1, \ldots, x_k) = \sigma^2$.

رگرسیون خطی چندگانه، تعمیمی از رگرسیون خطی ساده است که در آن به جای استفاده از تنها یک متغیر پیش‌بین، از چندین متغیر پیش‌بین برای توضیح و پیش‌بینی تغییرات یک متغیر پاسخ کمی استفاده می‌شود. هدف این مدل، بررسی

رابطه همزمان چند متغیر مستقل با متغیر وابسته و پیش‌بینی مقادیر آن است. معادله کلی مدل رگرسیون خطی چندگانه به صورت زیر است:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \qquad (۱-۱)$$

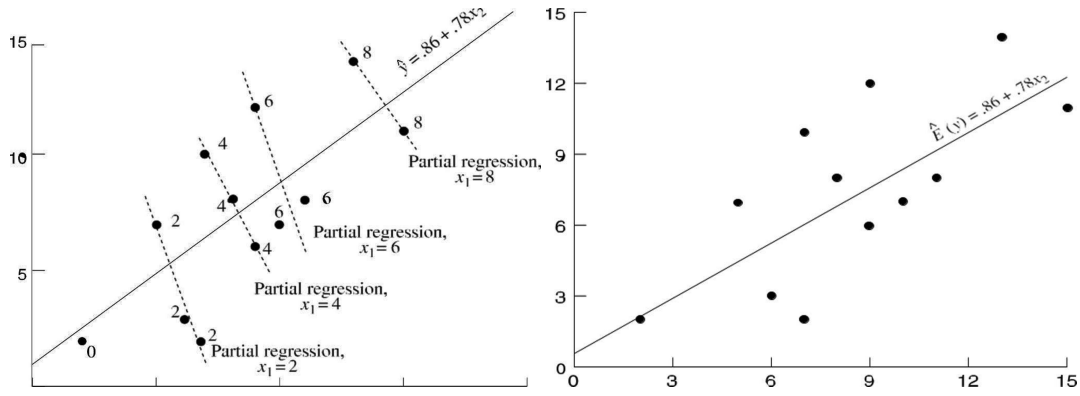
که در آن برای $i \in \{1, \ldots, n\}$ ،

- Y_i: متغیر پاسخ (وابسته) برای مشاهده iام.
- $x_{1i}, x_{2i}, \ldots, x_{ki}$: متغیرهای پیش‌بین (مستقل) برای مشاهده iام.
- β_0: عرض از مبدأ. مقدار میانگین Y را زمانی که تمام متغیرهای پیش‌بین صفر هستند، نشان می‌دهد.
- $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$: ضرایب رگرسیون. هر ضریب (β_j) نشان‌دهنده میزان تغییر در متغیر پاسخ Y به ازای یک واحد تغییر در متغیر پیش‌بین مربوط (x_j)، در شرایطی که سایر متغیرهای پیش‌بین ثابت نگه داشته شوند.
- ε_i: خطای تصادفی . بخشی از متغیر پاسخ که توسط مدل توضیح داده نمی‌شود. این جزء نمایانگر اثر عوامل دیگر و تغییرپذیری ذاتی داده‌ها است.

در عمل، پارامترهای مجهول β با استفاده از داده‌های نمونه و روشی مانند کمترین مربعات خطا برآورد می‌شوند. معادله برازش شده به صورت زیر است:

$$\widehat{Y}_i = b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + \cdots + b_k x_{ki} \qquad (۲-۱)$$

که در آن $\widehat{Y}_i$ مقدار پیش‌بینی شده متغیر پاسخ است و $b_0, b_1, \ldots, b_k$ برآوردهای $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k$ هستند. شکل ۱-۱ مثال‌هایی از مفهوم مدل رگرسیونی را نشان می‌دهند.



شکل ۱-۱: نمودار خط رگرسیون

۱-۲-۲ روش حداقل مربعات خطا

۱-۲-۳ جدول تحلیل واریانس

۱-۳ انتخاب مدل

۱-۳-۱ روش پیشرو

۱-۳-۲ روش پسرو

۱-۳-۳ معیارهای انتخاب مدل

فصل ۲

توسعه مدل‌های رگرسیون

۲-۱ مقدمه

امروزه، حجم بی‌سابقه‌ای از داده‌ها تولید می‌شود که تحلیل و بررسی این حجم گسترده، نیازمند صرف زمان و هزینه فراوانی است. ازاین‌رو، ساده‌سازی مسائل پیچیده به‌منظور تسهیل فرآیند تحلیل داده‌ها امری ضروری محسوب می‌شود. گاهی می‌توان با کاهش تعداد متغیرها، به نتایج تحلیلی دقیق‌تر و کارآمدتری دست یافت. به‌عنوان مثال، با وجود اینکه انسان دارای حدود سی‌هزار ژن است، احتمالاً تنها تعداد محدودی از این ژن‌ها در بیماری‌هایی نظیر سرطان نقش دارند. در چنین مواردی، روش‌هایی مانند رگرسیون لاسو (عملگر گزینش و انقباض حداقل قدرمطلق) [۱] برای شناسایی و انتخاب متغیرهای مؤثر به کار گرفته می‌شود.

[1] Least Absolute Shrinkage and Selection Operator

۲-۲ رگرسیون لاسو

۲-۳ رگرسیون ریج

۲-۴ رگرسیون شبکه الاستیک

۲-۵ رگرسیون مؤلفه‌های اصلی

۲-۶ رگرسیون جنگل تصادفی

۲-۷ رگرسیون بردار پشتیبان

فصل ۳

راهبرد نوین انتخاب متغیر در مدل‌های رگرسیون بیزی

۳-۱ مقدمه

۳-۲ مدل‌های رگرسیون بیزی

۳-۳ توزیع پسین پیش‌بین

تعریف ۳. *فرض کنید متغیر پاسخ Y_i به شرط متغیرهای توضیحی $x_{i1}, \ldots, x_{ik}$ دارای توزیع نرمال با میانگین $\mathbf{x}_i^\intercal \boldsymbol{\beta}$ و واریانس σ^2 است. آن‌گاه ...*

۳-۴ الگوریتم گیبز

۳-۵ روش مونت کارلوی همیلتونی

۳-۶ انتخاب مدل بیزی

فصل ۴

تحلیل رگرسیون خطی

مقدمه

تحلیل رگرسیون ابزاری قدرتمند برای مدل‌سازی رابطه بین یک متغیر وابسته و یک یا چند متغیر مستقل است. در این نمونه، ما رابطه بین درآمد (متغیر وابسته) و سال‌های تجربه کاری (متغیر مستقل) را بررسی می‌کنیم. مدل رگرسیون خطی ساده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{درآمد} = \beta_0 + \beta_1(\text{سال‌های تجربه}) + \varepsilon$$

که در آن β_0 عرض از مبدأ، β_1 ضریب رگرسیون و ϵ خطای تصادفی است.

۴-۱ نتایج تحلیل رگرسیون

تحلیل رگرسیون با استفاده از داده‌های فرضی انجام شده است. نتایج به دست آمده در جدول زیر ارائه شده است.

جدول ۴-۱: خروجی تحلیل رگرسیون خطی ساده

متغیر	ضریب	خطای استاندارد	مقدار p
عرض از مبدأ (ثابت)	۲۵۰۰۰	۱۵۰۰	$< ۰/۰۰۱$
سال‌های تجربه	۵۰۰۰	۲۵۰	$< ۰/۰۰۱$

بر اساس نتایج جدول ۴-۱:

- ضریب سال‌های تجربه ۵۰۰۰ نشان می‌دهد که به ازای هر یک سال افزایش در تجربه کاری، درآمد به طور میانگین ۵۰۰۰ واحد افزایش می‌یابد.
- مقدار_p کمتر از ۰/۰۰۱ برای هر دو ضریب، نشان‌دهنده معنادار بودن آن‌ها از نظر آماری در سطح خطای ۰/۰۵ است.
- ضریب تعیین R^2 برابر ۰/۸۵ است و به این معنی است که ۸۵ درصد از تغییرات در درآمد توسط متغیر سال‌های تجربه توضیح داده می‌شود.

فصل ۵

نتیجه‌گیری و پژوهش آینده

نتیجه‌گیری نتیجه‌گیری نتیجه‌گیری

پیوست ۱:

کد نرم افزار R برای داده‌های نمرات شخصیت در فصل ۴

```r

library(car)
help("Prestige")
View(Prestige)
reg1<-lm(prestige ~ education, data = Prestige)
summary(reg1)

reg2<-lm(prestige~education+log(income)+women, data=Prestige)
summary(reg2)

#Predicted values
prestige_pred<-fitted(reg2)
prestige_pred<-as.data.frame(prestige_pred)

#Residual values
prestige_resid<-residuals(reg2)
prestige_pred$resid<-prestige_resid
```

پیوست ۲:

نمونه‌بردار گیبز

مراجع

Atkinson, A. C., M. Riani, A. Corbellini, D. Perrotta, and V. Todorov (2025). Extensions of the multiple regression model. In *Robust Statistics Through the Monitoring Approach: Applications in Regression*, pp. 281–347. Cham: Springer Nature Switzerland.

Hastie, T., R. Tibshirani, and J. Friedman (2009). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*. NY: Springer.

Henderson, R. (2024). Statistical modelling for big and little data. In J. Einbeck, H. Maeng, E. Ogundimu, and K. Perrakis (Eds.), *Developments in Statistical Modelling*, Cham, pp. 246–254. Springer Nature Switzerland.

James, G., D. Witten, T. Hastie, and R. Tibshirani (2021). *An Introduction to Statistical Learning: with Applications in R* (2nd ed.). NY: Springer.

Montgomery, D. C., E. A. Peck, and G. G. Vining (2021). *Introduction to Linear Regression Analysis* (6th ed.). John Wiley & Sons.

O'Brien, T. E. and J. W. Silcox (2024). Nonlinear regression modelling: a primer with applications and caveats. *Bulletin of Mathematical Biology* 86(4), 40.

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

اثرات ثابت ..... Fixed effects

احتمال پوشش ..... Coverage probability

اسپلاین ..... Spline

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

مدل‌های جمعی ..... Additive models

اتورگرسیو ..... Autoregressive

تابع نامتقارن ..... Asymmetric function

Abstract

Write your abstarct in English here,

Key Words. Key1, Key2, Key3, Key4, Key5.



University of Isfahan
Faculty of Mathematics & Statistics
Department of .....

MSc. Thesis

..... Thesis Title .....

Supervisor:
Dr. .....

Advisor:
Dr. .....

By:
... Student Name ...

September 2025